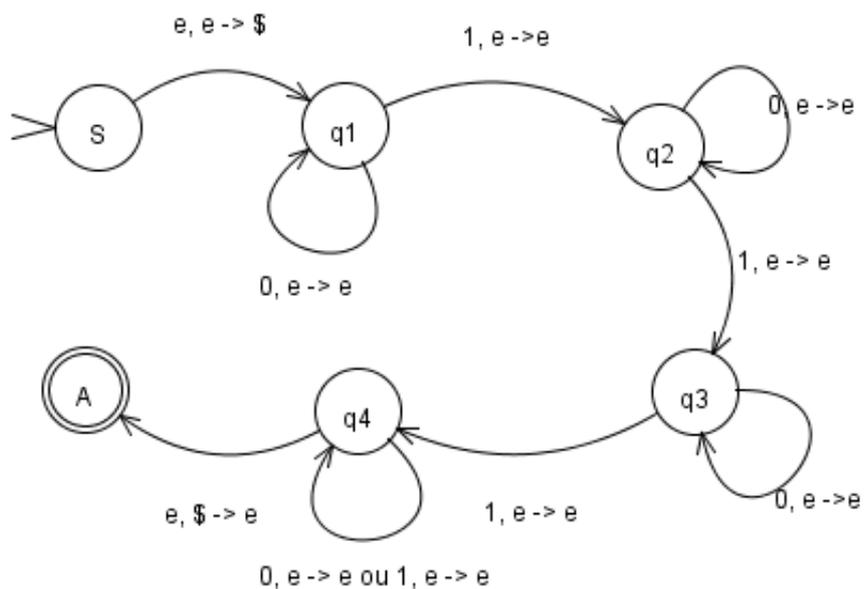


Série 6

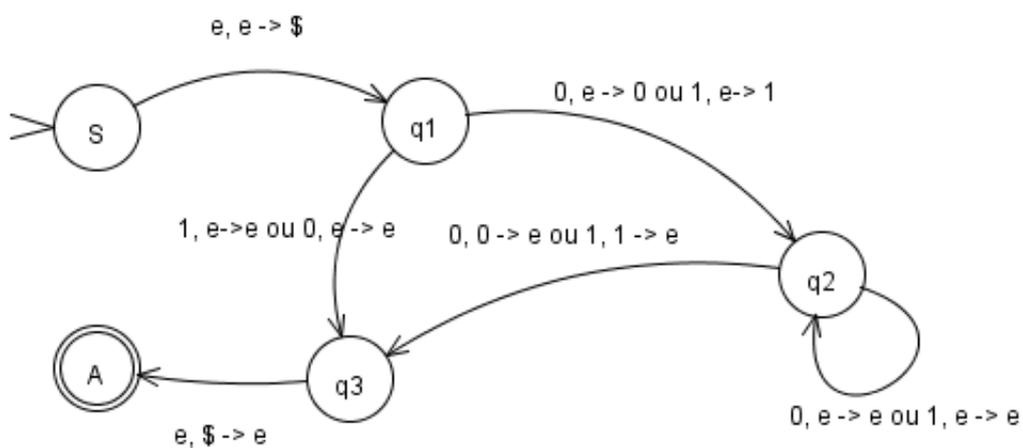
$$e = \varepsilon$$

Exercice 1

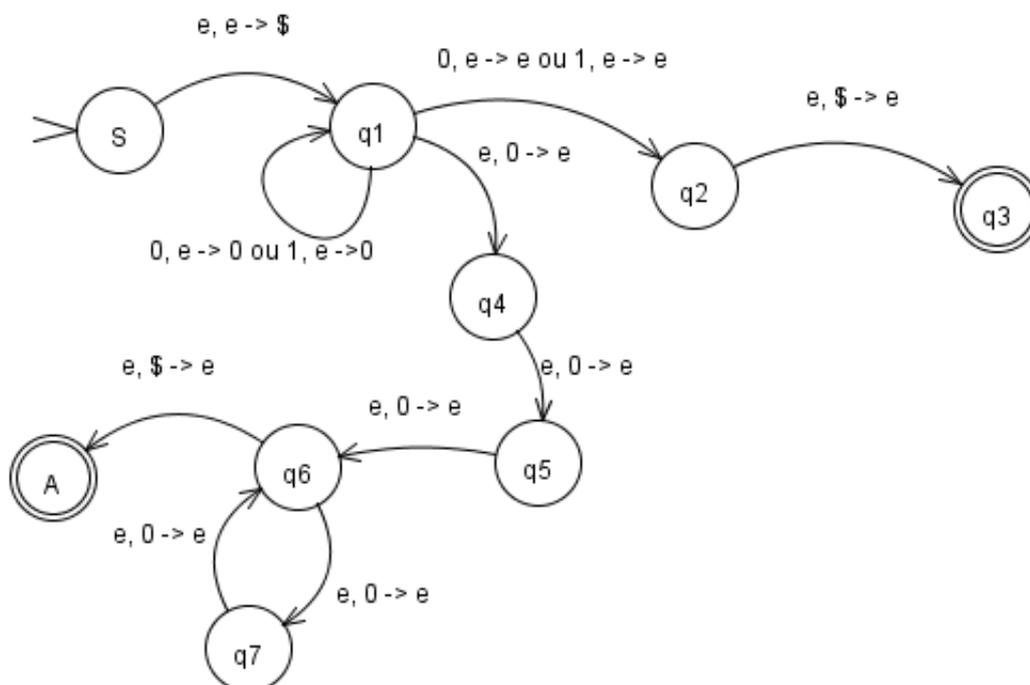
- $\{w : w \text{ contient au moins trois } 1\}$



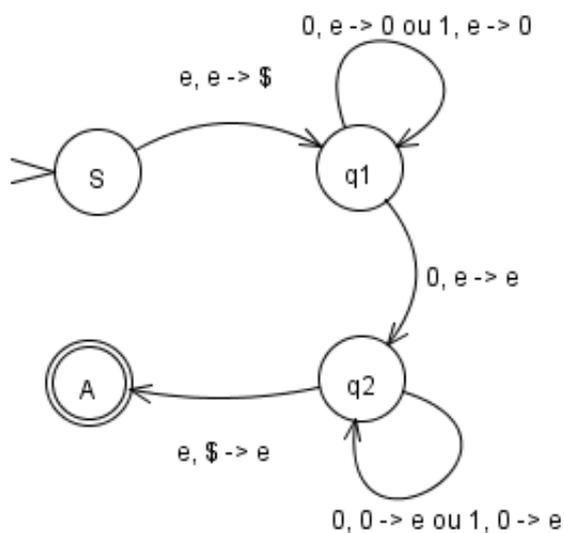
- $\{w : w \text{ commence et se termine avec le même symbole}\}$



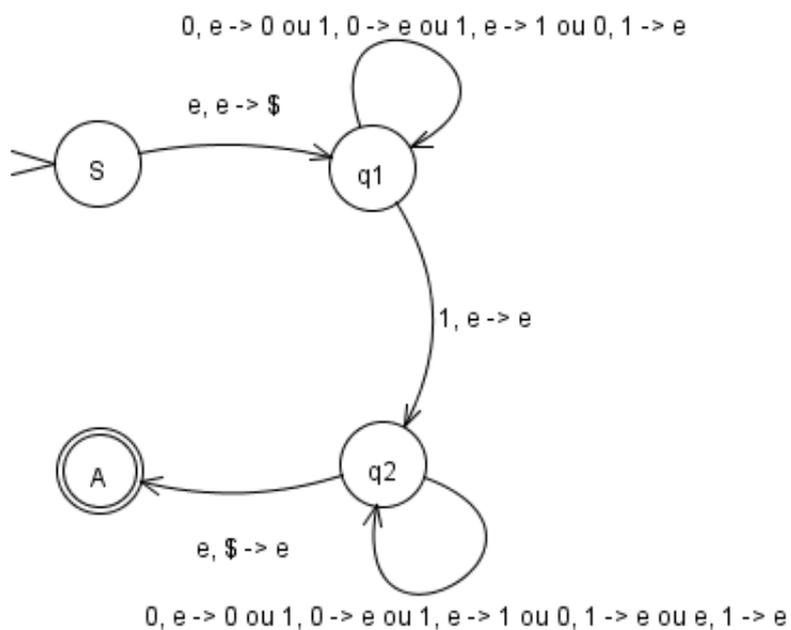
- $\{w : w \text{ est de longueur impaire}\}$



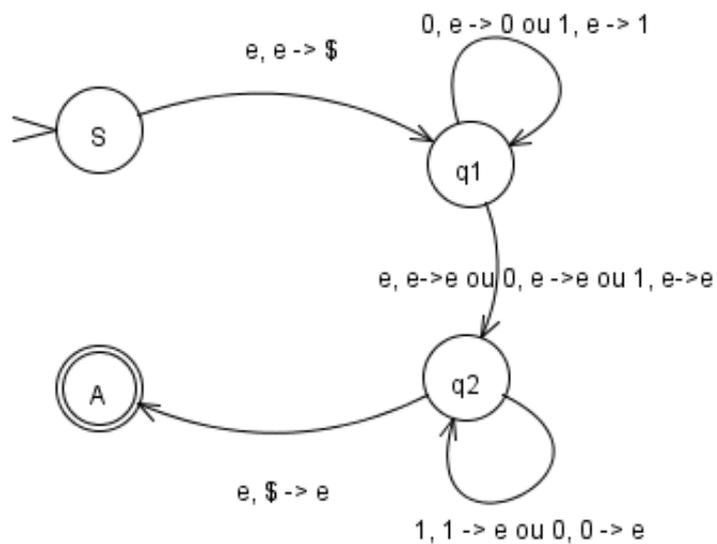
4. $\{w : w \text{ est de longueur impaire et le symbole du milieu est } 0\}$



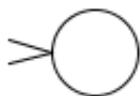
5. $\{w : w \text{ contient plus de 1 que de } 0\}$



6. $\{w : w \text{ est un palindrome, i.e. } w = w^R\}$

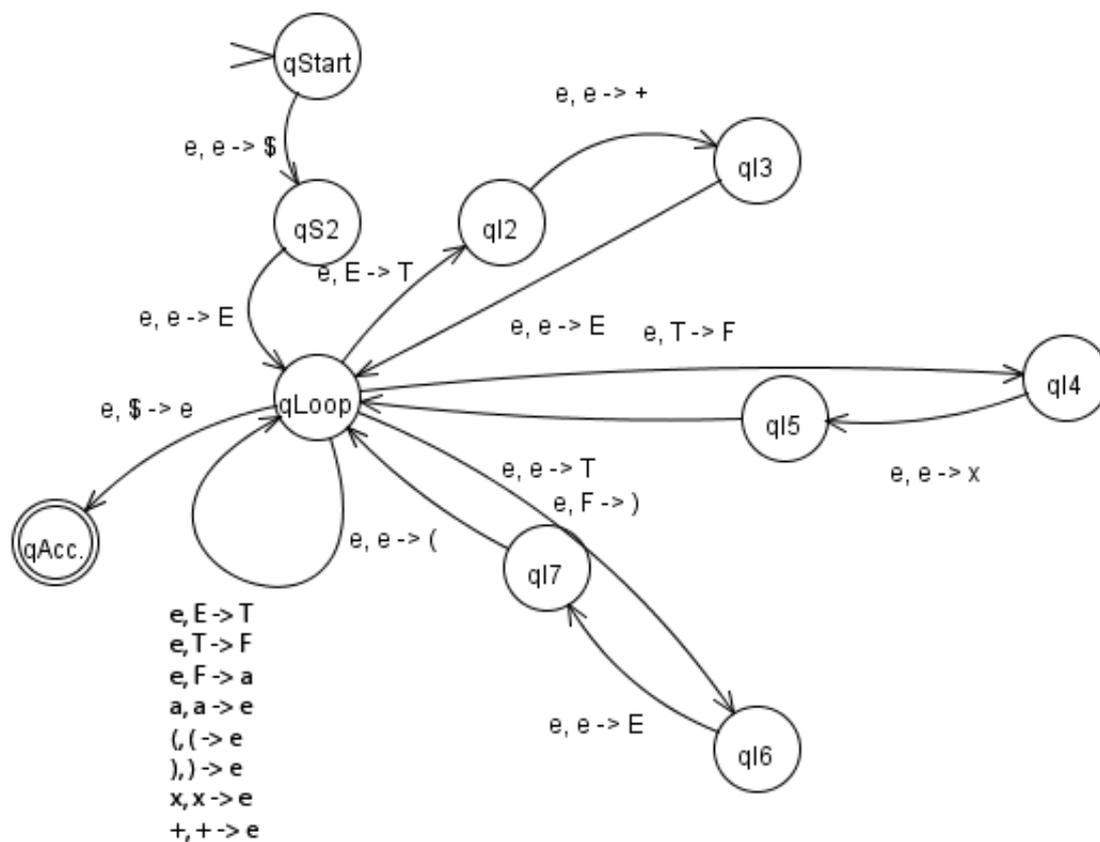


7. \emptyset

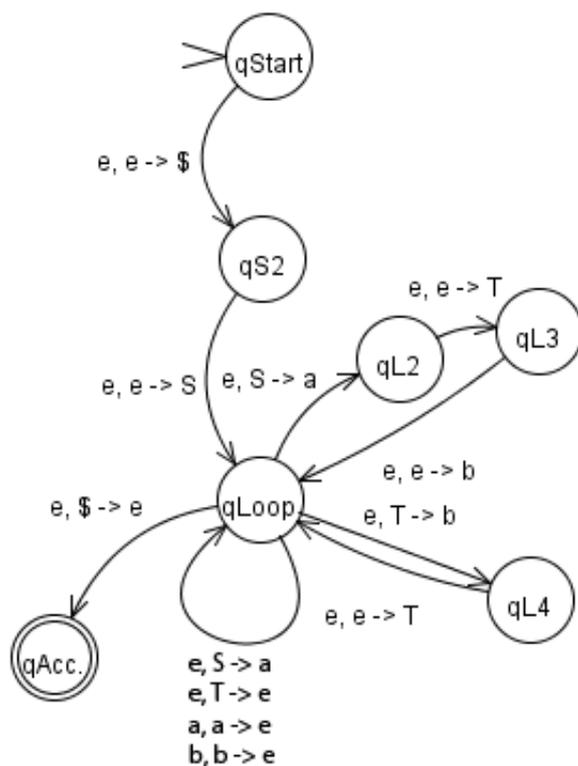


Exercice 2

1. CFG \rightarrow PDA



2. CFG \rightarrow PDA



Exercice 3

- $A = \{a^i b^j c^k : i = j \text{ ou } j = k, i, j, k \geq 0\}$
 $S \rightarrow S_1 A_c | A_a S_2$
 $S_1 \rightarrow a S_1 b | \varepsilon$
 $S_2 \rightarrow b S_2 c | \varepsilon$
 $A_a \rightarrow A_a a | \varepsilon$
 $A_c \rightarrow A_c c | \varepsilon$
- On peut utiliser la propriété non déterministique d'un automate à pile pour brancher sur les deux cas possibles $i = j$ ou $j = k$.

Soit autoriser un nombre infini de a , pousser le nombre de b dans la pile, puis vérifier le nombre de c en dépilant.

Soit pousser le nombre de a dans la pile, puis vérifier le nombre de b en dépilant et ensuite autoriser un nombre infini de c .

 $\Sigma : \{a, b, c\}$
 $\Gamma : \{a, b, \$\}$

Exercice 4

- union

Etant donné que dans une CFG une même variable peut représenter autant de transitions distinctes que l'on souhaite avoir, ceci permet effectivement de modéliser l'union.

 $S_1 \rightarrow a$
 $S_2 \rightarrow b$
 $S \rightarrow S_1 | S_2 = S \rightarrow a | b$

2. concaténation

Dans une CFG, une variable peut être remplacée par deux ou plus autres variables ce qui représente bien une concaténation des deux nouvelles variables.

$$S_1 \rightarrow a$$

$$S_2 \rightarrow b$$

$$S \rightarrow S_1 S_2 = S \rightarrow ab$$

3. étoile

En utilisant les deux propriétés vues ci-dessus, on arrive à modéliser l'opération étoile, en y ajoutant encore le principe de récurrence.

$$S \rightarrow SS|\varepsilon$$

La classe des langages CFG est donc bien close sous les opérations union, concaténation et étoile.