

Série d'exercices 9

Exercice 1

On nous donne, $\beta_j = 0.5$, $\mu_j = 0.15$, $\sigma_m = 0.15$, $TR_j = 0.2$, $SR_j = 0.5$.

a. Risque total de l'actif J en σ_j

Avec le ratio de Treynor on peut trouver R.

$$TR_j = \frac{R_j - R}{\beta_j} \Rightarrow R = R_j - TR_j \cdot \beta_j = 0.15 - 0.2 \cdot 0.5 \Rightarrow R = 0.05$$

Ensuite par le ratio de Sharpe on retrouve σ_j le risque total.

$$SR_j = \frac{R_j - R}{\sigma_j} \Rightarrow \sigma_j = \frac{R_j - R}{SR_j} = \frac{0.15 - 0.05}{0.5} \Rightarrow \sigma_j = 0.20$$

b. Risque unique de l'actif J en $\sigma_{\epsilon j}$

Avec la relation du β on trouve ρ_{jm} .

$$\beta_j = \rho_{jm} \sigma_j / \sigma_j \Rightarrow \rho_{jm} = \beta_j \frac{\sigma_m}{\sigma_j} = 0.5 \cdot \frac{0.15}{0.20} \Rightarrow \rho_{jm} = 0.375$$

On peut ensuite calculer le risque unique de l'actif j.

$$\sigma_{\epsilon j} = \sigma_j \sqrt{(1 - \rho_{jm}^2)} = 0.20 \sqrt{(1 - 0.375^2)} \Rightarrow \sigma_{\epsilon j} = 0.1854$$

c. Ratio de Treynor du portefeuille de marché

Tous d'abord par définition on sait que $\beta_m = 1$, ensuite avec l'alpha de Jensen on peut trouver R_m .

$$\alpha_j = 0.025 = R_j - (R + \beta_j(R_m - R)) \Rightarrow R_m = \frac{R_j - R + R\beta_j - \alpha_j}{\beta_j} = \frac{0.15 - 0.05 + 0.05 \cdot 0.5 - 0.025}{0.5}$$
$$R_m = 0.2$$

Ensuite on peut calculer le ratio de Treynor du portefeuille de marché.

$$TR_m = \frac{R_m - R}{\beta_m} = \frac{0.2 - 0.05}{1} \Rightarrow TR_m = 0.15$$

d. Comparaison ratio actif j et ratio marché

Le ratio de Sharpe du portefeuille de marché.

$$SR_m = \frac{R_m - R}{\sigma_m} = \frac{0.2 - 0.05}{0.15} \Rightarrow SR_m = 1$$

Si on regarde le ratio de Sharpe,

$$SR_m = 1 > SR_j = 0.5$$

on constate que le portefeuille de marché est meilleur que l'actif J, mais si on regarde le ratio de Treynor,

$$TR_m = 0.15 < TR_j = 0.2$$

c'est l'actif J qui est meilleur. Cela vient du fait que le ratio de Sharpe considère le risque total, tandis que le ratio de Treynor considère que le risque systématique.

Exercice 2

a. Prime de risque de chaque facteur

$$\begin{cases} 2P_1 - 2P_2 + 3P_3 = 23\% - 4\% \\ 4P_1 + 1P_2 + 2P_3 = 35\% - 4\% \\ 1P_1 + 1P_2 - 2P_3 = 6\% - 4\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 0.037 \\ P_2 = 0.037 \\ P_3 = 0.063 \end{cases}$$

b. Rendement APT de l'actif D

Avec les facteurs $b_1 = 1$, $b_2 = -1$, $b_3 = 2$ et $P_0 = R = 0.04$.

$$E(R_D) = P_0 + b_1 \cdot P_1 + b_2 \cdot P_2 + b_3 \cdot P_3 = 0.04 + 0.037 - 0.037 + 2 \cdot 0.063 = 0.166 \Rightarrow E(R_D) = 16.6\%$$

c. Stratégie d'arbitrage si $E(R_D) = 18\%$

Puisque le rendement attendu de D est supérieur à celui prédit par l'APT, nous allons acheter cet actif.

Cela nous donnera une sensibilité $b_1 = 1$, $b_2 = -1$, $b_3 = 2$.

On cherche donc une combinaison linéaire d'autres actifs de sorte à éliminer cette sensibilité $(-1, 1, -2)$.

$$\begin{cases} 2w_A + 4w_B + 1w_C = -1 \\ -2w_A + 1w_B + 3w_C = 1 \\ 3w_A + 2w_B - 2w_C = -2 \end{cases} \quad w = \begin{pmatrix} w_A \\ w_B \\ w_C \\ w_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ -4/3 \\ 5/3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.3 \\ -1.3 \\ 1.6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Il reste à déterminer la position de l'actif sans risque.

$$w_0 = -(w_A + w_B + w_C + w_D) = -8/3 = -2.6$$

On peut maintenant calculer le rendement du portefeuille d'arbitrage.

$$\mu_p = w_A \cdot \mu_A + w_B \cdot \mu_B + w_C \cdot \mu_C + w_D \cdot \mu_D + w_0 \cdot R = \frac{4}{3} \cdot 0.23 - \frac{4}{3} \cdot 0.35 + \frac{5}{3} \cdot 0.06 + 1 \cdot 0.18 - \frac{8}{3} \cdot 0.04 = 0.014$$

$\mu_p = 1.4\%$, ce qui correspond bien à $18\% - 16.6\% = 1.4\%$.

d. Quel entreprise A

Le titre A est affecté négativement par une augmentation du prix du pétrole, donc cela pourrait être une entreprise de transport, ou une industrie qui utilise le pétrole comme matière première.

e. Quel entreprise B et C

Le rendement de B (moins sensible) et C (plus sensible) augmente si le prix du pétrole augmente, se sont donc, des producteurs de pétroles ou des entreprises proposant une alternatif au pétrole.

Exercice 3

a. β_D de Kirma

On sait que $\beta_T = 2.1$, $\beta_E = 1.8$ et $\frac{D}{E} = 0.5$.

$$\beta_T = \frac{D}{D+E} \beta_D + \frac{E}{D+E} \beta_E \Rightarrow \beta_D = \frac{\beta_T \left(1 + \frac{D}{E}\right) - \beta_E}{\frac{D}{E}} = \frac{1.8 \cdot 1.5 - 2.1}{0.5} \Rightarrow \beta_D = 1.2$$

Oui, cette dette est assez risqué.

b. μ_D et μ_E

On sait que $R = 0.03$, $\mu_m = 0.08$.

$$\mu_D = R + \beta_D(\mu_m - R) = 0.03 + 1.2(0.08 - 0.03) \Rightarrow \mu_D = 0.09$$

$$\mu_E = R + \beta_E(\mu_m - R) = 0.03 + 2.1(0.08 - 0.03) \Rightarrow \mu_E = 0.135$$

c. WACC de deux manières

1) Par les rendements

$$WACC = \frac{D}{D+E} \cdot r_D + \frac{E}{D+E} \cdot r_E = \frac{\frac{D}{E} r_D}{1 + \frac{D}{E}} + \frac{r_E}{1 + \frac{D}{E}} = \frac{1}{3} \cdot 0.09 + \frac{2}{3} \cdot 0.135 = 0.12$$

2) Par le beta

$$WACC = R + \beta_A(\mu_m - R) = 0.03 + 1.8(0.08 - 0.03) = 0.12$$

d. VAN du projet

$$-100'000 + \sum_{i=1}^{15} \frac{40'000 - 10'000(1.05)^{i-1}}{1.12^i} = 83'836.35$$

La VAN est positive, donc il faut réaliser le projet.