Fritscher Boris
01805837

Série d'exercices 8

Exercice 1

a. Complétez le tableau

On sait que $R = 0.02$

$$\mu_M = \frac{\mu_b - R}{\beta_b} + R = \frac{0.08 - 0.02}{0.75} + 0.02 = 0.10$$

$$\mu_a = \beta_a (\mu_M - R) + R = 1.40 (0.10 - 0.02) + 0.02 = 0.132$$

$$\beta_c = \frac{\mu_c - R}{\mu_M - R} = \frac{0.15 - 0.02}{0.10 - 0.02} = 1.625$$

	Rendement espéré	β
Actif A	0.132	1.40
Actif B	0.08	0.75
Actif C	0.15	1.625

b. Quel est le β du portefeuille du marché ?

$$\beta_j \equiv \frac{Cov(\tilde{R}_j, \tilde{R}_M)}{Var(\tilde{R}_M)} = \frac{Cov(\tilde{R}_M, \tilde{R}_M)}{Var(\tilde{R}_M)} = \beta_M = 1$$

c. Composition du porte feuille de marché

Système d'équation à 3 inconnues :

$$\begin{cases} w_a + w_b + w_c & = 1 \\ w_c & = 1/3 w_b \\ 1.4 w_a + 0.75 w_b + 1.625 w_c & = 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad w = \begin{bmatrix} w_a \\ w_b \\ w_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0724 \\ 0.6956 \\ 0.2320 \end{bmatrix}$$

d. Impact $\uparrow a$ sur CML

Prix de l'actif sans risque $\nearrow$, prix de l'actif risqué $\searrow \Rightarrow$ porte feuille change, CML plus raide.

e. Actif pondération négative (portefeuille du marché) ?

Non, un actif du portefeuille du marché ne peut pas avoir une pondération négative, car c'est la somme de toutes les demandes. Si une demande total était négative, par l'équilbre offre = demande, il faudrait une offre négative, mais dans ce cas on offerirait pas, ce quie rends un actif négatif improbable.

Tous ont la même attente 0 ou plus

f. Composition du portefeuille de marché sans μ, σ^2, σ

On peut estimer le portefeuille du marché par la régression linéaire $R_j = \alpha_j + \beta_j R_M + \epsilon_j$. Ou aggréger tous les portefeuilles, et ainsi trouver le porte feuille du marché.

w_i= capitalisation actif i / capitalisation boursière totale.

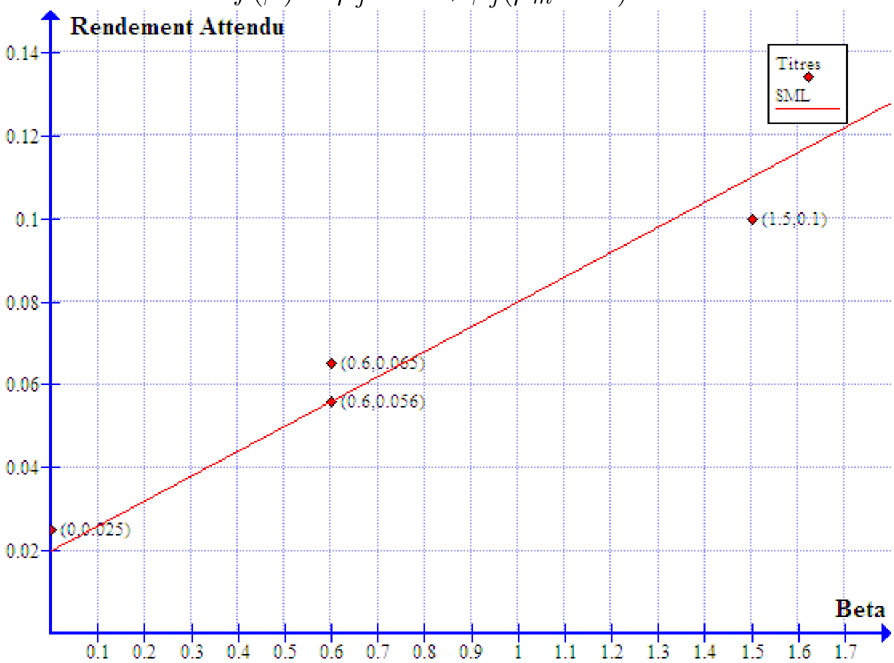
Exercice 2

a. Graphique SML et Titres

$R = 0.02$, $\mu_M = 0.08$

	Rendement estimé	β
Titre 1	0.1	1.5
Titre 2	0.065	0.6
Titre 3	0.025	0
Titre 4	0.056	0.6

$$f(\beta) = \mu_j = R + \beta_j(\mu_m - R)$$



b. Critères de selection

Il faut choisir les titres qui se trouvent au dessus de la droite SML, car se sont les titre sous évalués.

c. Portefeuille

$$w_4 \cdot \beta_4 = 1.5 \qquad \Rightarrow \qquad w_4 = 2.5 \qquad \Rightarrow \qquad w_0 = 1 - w_4 = -1.5$$

d. Rendement

$$\mu_p = R + \beta_p(\mu_m - R) = 0.02 + 1.5(0.08 - 0.02) = 0.11$$

e. Stratégies d'arbitrage

Vue qu'il y a du risque, une stratégie d'arbitrage ne peut exister dû à l'incertitude des gains futures.

f. Avec corrélation parfaite entre titre 2 et 4

Les deux actifs sont parfaitement corrélées et ont le même risque, donc il est possible d'effectuer un arbitrage.
Ils ont le même β donc on vend le titre 4 à découvert et on achète le titre 2.

Exercice 3

a. Rendement espéré CAPM

Avec $\mu_j = \frac{\mu_m - R}{\sigma_m}\rho_{mj}\sigma_j + R$

$$\begin{aligned}
\mu_a &= \frac{0.09-0.03}{0.10}0.8 \cdot 0.06 + 0.03 = 0.0588 \\
\mu_b &= \frac{0.09-0.03}{0.10}0.3 \cdot 0.40 + 0.03 = 0.102 \\
\mu_c &= \frac{0.09-0.03}{0.10} \cdot (-0.2) \cdot 0.09 + 0.03 = 0.0192
\end{aligned}$$

b. Rendement espéré de w

Avec

$$w = \begin{bmatrix} 60\% \\ 30\% \\ 10\% \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 0.0588 \\ 0.102 \\ 0.0192 \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \mu_p = \mu' w = 0.0678$$

c. Deux manières pour calculer β_p

1)

$$\beta_p = \frac{\mu_p - R}{\mu_m - R} = \frac{0.0678 - 0.03}{0.09 - 0.03} = 0.63$$

2) On calcul les β de chaque titre avec $\beta_j = \rho_{jM} \cdot \sigma_j / \sigma_M$

$$\vec{\beta} = \begin{bmatrix} 0.8 \cdot 0.06/0.10 \\ 0.3 \cdot 0.40/0.10 \\ -0.2 \cdot 0.09/0.10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.48 \\ 1.2 \\ -0.18 \end{bmatrix}$$

$$\beta_p = w' \cdot \vec{\beta} = 0.6 \cdot 0.48 + 0.3 \cdot 1.2 + 0.1 \cdot -0.18 = 0.63$$

d. Risque unique en σ

Avec $\sigma_{\epsilon j} = \sigma_j \sqrt{1 - \rho_{jm}^2}$ on peut cacule le risque unique de chaque titre.

$$\sigma_{\epsilon a} = 0.06\sqrt{1 - 0.8^2} = 0.0360$$

$$\sigma_{\epsilon b} = 0.40\sqrt{1 - 0.3^2} = 0.3816$$

$$\sigma_{\epsilon c} = 0.09\sqrt{1 - 0.2^2} = 0.0882$$

Fritscher Boris
01805837

e. β comme seule source de covariance

Par la donnée on sait que $\sigma_{\epsilon j}^2 = 0$, donc $\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_M^2$

$$\sigma_a^2 = 0.48^2 \cdot 0.1^2 = 0.0023$$

$$\sigma_b^2 = 1.2^2 \cdot 0.1^2 = 0.0144$$

$$\sigma_c^2 = -0.18^2 \cdot 0.1^2 = 0.000324$$

L'écart-type du risque systématique est donné par $\rho_{jM}\sigma_j = \beta_j \sigma_M$

$$\beta p \sigma_M = 0.63 \cdot 0.1 = 0.063$$

f. Actif risqué

Un actif risqué peu avoir un β négatif, son rendement sera faible et son prix élevé, quand la fortune totale est élevé. Ansi, pour un prix donnée son rendement sera plus faible que celui de l'actif sans risque, par contre lorsque la fortune totale est faible, il aura un rendement élevé.

Utile pour la diversification.