Série d'exercice 6

Exercice 1

a. La prime de risque en termes d'utilité : $\pi_U = U(E(W)) - E(U(W))$ = 0.1872

P	fortune risqué W	P*W	U(W)	P*U(W)	(W-E(W))^2	(W-E(W))^2 * P
0.4	7'000	2'800	83.67	33.466401	748'225	299'290
0.2	6'000	1'200	77.46	15.491933	18'225	3'645
0.2	5'525	1'105	74.33	14.866069	372'100	74'420
0.15	4'700	705	68.56	10.283482	2'059'225	308'884
0.05	6'500	325	80.62	4.0311289	133'225	6'661
1	E(W)	6'135	E(U(W))	78.14	Var(W)	692'900
	U(E(W))	78.33	**U(E(W))-E(U(W))**	**0.1872**		

Approximation : $\pi_U = -\frac{1}{2}\sigma^2 U''(\overline{W})$ = 0.1802

$U''(\overline{W}) = -\frac{1}{4\sqrt{\overline{W}^3}}$ avec $\overline{W} = E(W) = 6'135$, $U''(\overline{W}) =$ -0.0000005203

b. La prime de risque en termes monétaires : $\pi = E(W) - U^{-1}(E(U(W)))$
6'135 – 78.14^2 = 29.29
Approximation : $\pi = -\frac{1}{2}\sigma^2 \frac{U''(\overline{W})}{U'(\overline{W})}$ = 28.23

$U''(\overline{W}) = \frac{1}{2\sqrt{\overline{W}}}$ avec $\overline{W} = E(W) = 6'135$, $U'(\overline{W}) =$ 0.00638

c. L'équivalent certain de la fortune W : $E(W) - \pi$ = 6'135 – 29.29 = 6'105.71 > 6000 donc oui il faut jouer

d. $V = E(W) - \frac{a}{2}Var(W) = E(W) - \frac{1}{1000}Var(W)$ donc a = 0.002 => V = 5'442.10 < 6000 donc non

Exercice 2

a. Prime de risque en termes d'utilité : $\pi_U = U(E(W)) - E(U(W))$ = -210'200

P	fortune risqué W	P*W	U(W)	P*U(W)	(W-E(W))^2	(W-E(W))^2 * P
0.6	3'000	1'800	18'011'997	10'807'198	25	15
0.2	3'525	705	24'865'347	4'973'069	270'400	54'080
0.2	2'500	500	12'509'997	2'501'999	255'025	51'005
1	E(W)	3'005	E(U(W))	18'282'267	Var(W)	105'100
	U(E(W))	18'072'067	**U(E(W))-E(U(W))**	**-210'200**		

b. La personne est très attirée par le risque (exemple : joueur de casino paye pour prendre du risque)

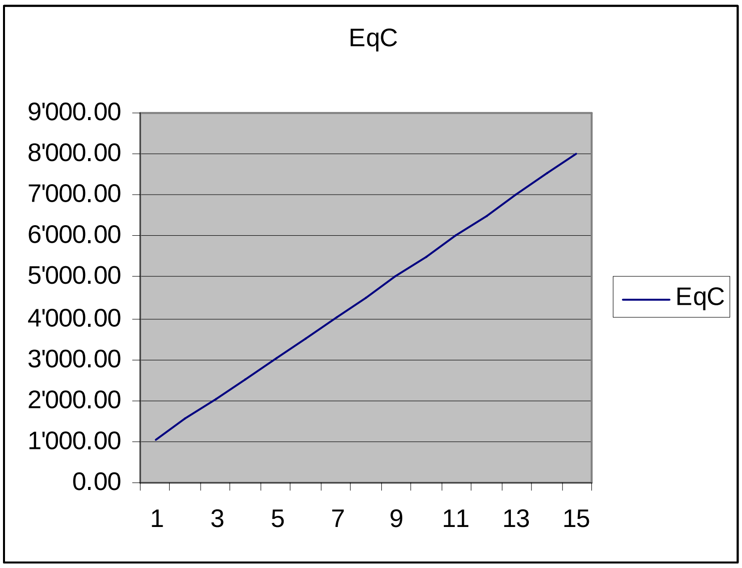
c. $U(W) = 2W^2 + 4W - 3$, $U'(W_0) = 4W_0 + 4 = 12'004$, $U''(W_0) = 4$, avec W_0 = 3'000

$a_r = -\frac{W_0 U''(W_0)}{U'(W_0)} = -0.999$ oui, car la fonction d'utilité est bien convexe.

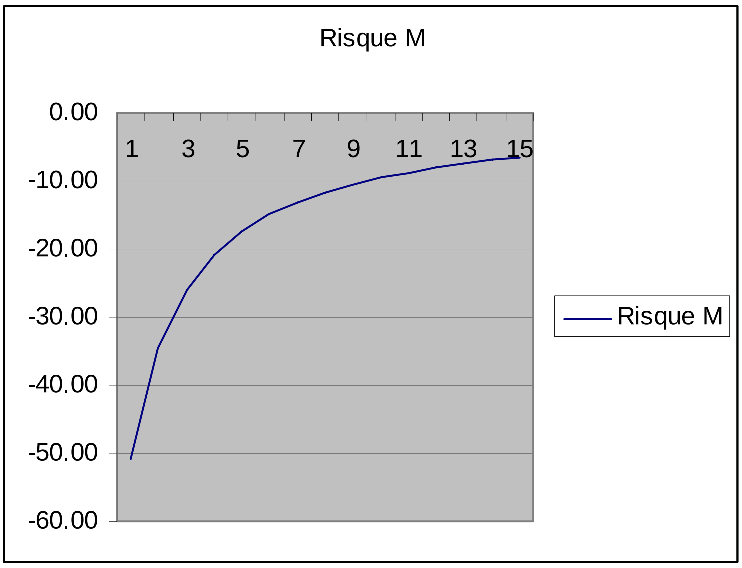
d.

W	U(W)	E(W)	U(E(W)	E(U(W))	Risque U	EqC	Risque M
1000	1'000'000	1'005	1'010'025	1'115'125	-105'100	1'055.99	-50.99
1500	2'250'000	1'505	2'265'025	2'370'125	-105'100	1'539.52	-34.52
2000	4'000'000	2'005	4'020'025	4'125'125	-105'100	2'031.04	-26.04
2500	6'250'000	2'505	6'275'025	6'380'125	-105'100	2'525.89	-20.89
3000	9'000'000	3'005	9'030'025	9'135'125	-105'100	3'022.44	-17.44
3500	12'250'000	3'505	12'285'025	12'390'125	-105'100	3'519.96	-14.96
4000	16'000'000	4'005	16'040'025	16'145'125	-105'100	4'018.10	-13.10
4500	20'250'000	4'505	20'295'025	20'400'125	-105'100	4'516.65	-11.65
5000	25'000'000	5'005	25'050'025	25'155'125	-105'100	5'015.49	-10.49
5500	30'250'000	5'505	30'305'025	30'410'125	-105'100	5'514.54	-9.54
6000	36'000'000	6'005	36'060'025	36'165'125	-105'100	6'013.74	-8.74
6500	42'250'000	6'505	42'315'025	42'420'125	-105'100	6'513.07	-8.07
7000	49'000'000	7'005	49'070'025	49'175'125	-105'100	7'012.50	-7.50
7500	56'250'000	7'505	56'325'025	56'430'125	-105'100	7'512.00	-7.00
8000	64'000'000	8'005	64'080'025	64'185'125	-105'100	8'011.56	-6.56

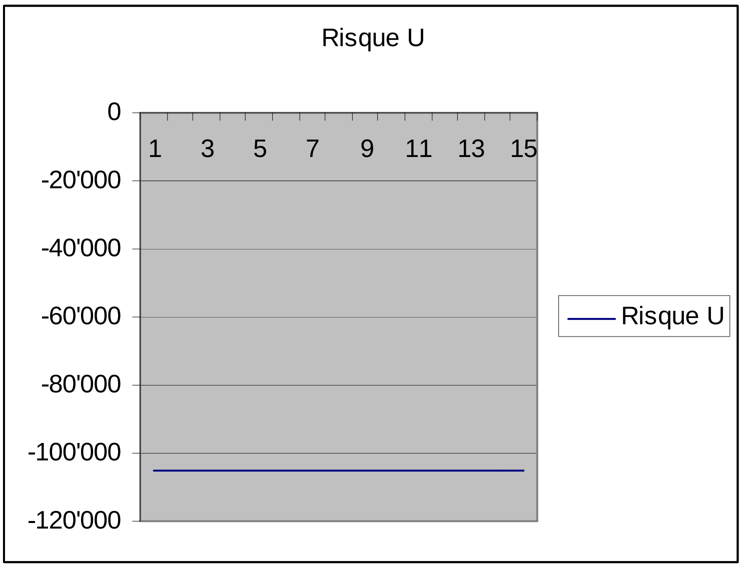
Graphique de l’équivalent certain :



Graphique de la prime de risque en terme monétaire :



Risque en terme d'utilité :



e. On participe si E(w) > 0.

Exercice 3

a. On calcul la moyenne arithmétique : $\frac{1}{n}\sum x$ variance : $\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$

Titre A : moyenne 0.329166667 avec une variance de 0.025674306
Titre B : moyenne 0.3 avec une variance de 0.02215

b. On doit calculer la moyenne géométrique : $GM_{\bar{y}} = \sqrt[n]{y_1 y_2 y_3 \dots y_n}$, variance : $\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$
Titre A : moyenne de 0.3191 avec une variance de 0.028922101
Titre B : moyenne de 0.2916 avec une variance de 0.023790377

c. Il faut connaître la fonction d'utilité.

d. A= 3 on chercher $V = E(W) - \frac{a}{2} Var(W)$
Titre A : 0.2872
Titre B : 0.262
Donc, on choisie le titre A car son rendement attendu est supérieur à celui de B

e. Le fait de diversifier permet de réduire la variance global du portefeuille en dessous de la variance de chaque titre et ainsi de diminuer le risque.

Exercice 4

a. Le portefeuille à variance minimale globale :
$w_g = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 - 2\sigma_{12} + \sigma_2^2} = \frac{0.0196 - 0.005}{0.0144 - 2 * 0.005 + 0.0196} = 0.6083$ => il faut ~60.83% de Titre A et 39.17% de Titre B.

b. Rendement attendu : 0.6083*0.10 + 0.3917 * 0.15 = 11.96%
Variance :
$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + w_2^2\sigma_2^2 = 0.37 * 0.0144 + 2 * 0.005 * 0.6083 * 0.3917 + 0.1534 * 0.0196 =$ 0.0107
Ecart-type : var^0.5 = 0.1035

c. Wg = 53.84% de Titre A, dans ce cas les deux actifs bougent en sens inverse et il existe un portefeuille d'actif risqués tel que l'écart-type de celui-ci = 0 => linéaire

d. L'ensemble des portefeuilles à variance minimale sont toutes les possibilités de risques à variance minimale, tandis que l'ensemble des portefeuilles efficients sont tous les portefeuilles qui ont à la fois la variance minimale et un risque minimal pour un rendement attendu donné ou un niveau de rendement maximal pour un risque donné.

e. Cela permet de réduire le risque, car si les autres titres vont mal celui-ci ira bien du fait de sa corrélation négative, cela diminue l'écart-type (donc aussi la variance) du portefeuille.